

Applications des mathématiques

- Durée de l'examen : 2 heures.
- Calculatrice non programmable autorisée.
- Formulaire ad hoc à disposition.
- Les logiciels RobotProg et Mathematica **ne sont pas** à disposition.

Partie I : programmation

Problème 1

On se donne un terrain quadrillé entouré de murs, long de 9 cases dans la direction est-ouest et large de 3 cases dans la direction nord-sud. Quelque part dans le terrain (on ne sait pas où), se trouve un mur large de 2 cases, orienté dans la direction nord-sud. Ce mur se trouve sur des lignes du quadrillage, et non pas sur des cases.

On veut qu'un robot, orienté vers l'est et partant de la case de coordonnées (1 ; 2), traverse le terrain vers l'est et se positionne sur la case (9 ; 2).

Programmez le robot pour cette tâche avec le langage *RobotProg*. Vous trouverez la liste des routines en annexe. Vous pouvez soit dessiner un organigramme, soit écrire un programme en pseudo-code.

Problème 2

Quel est le résultat du programme *Mathematica* ci-dessous ?

```
L={1,2,3,4,5,6,7,8,9}
M=Table[i^2,{i,9}]
L=M-L
For[i=1,i<=4,{L[[i]]+=M[[i]]};i++]; L
Sort[Join[L,M]]
```

Ecrivez à droite des 4 dernières lignes les résultats intermédiaires.

Partie II : théorie des graphes

Problème 3

Montrez que dans une assemblée de n personnes, il y a toujours au moins 2 personnes qui ont le même nombre d'amis présents.

Problème 4

Un club de 9 élèves se réunit chaque jour autour d'une table ronde. Une règle du club interdit qu'un élève ait deux fois la même personne à côté de lui.

- a. Combien de jours au maximum pourront-ils se réunir en satisfaisant cette règle ?
- b. Donnez une organisation de la table pour chacun de ces jours.
- c. Même question que a, mais avec 3 tables de 3 places.
- d. Donnez une organisation des trois tables pour chacun de ces jours.

Partie III : cryptographie

Problème 5

On a relevé les fréquences des lettres de quatre cryptogrammes issus du même texte clair comptant 772 lettres. En utilisant le tableau ci-dessous, vous devez retrouver les quatre systèmes de chiffrement utilisés.

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M	N	O	P	Q	R	S	T	U	V	W	X	Y	Z
crypto1	48	28	3	58	54	42	41	13	0	4	2	1	65	8	27	34	134	4	7	13	46	2	0	42	34	62
crypto2	23	24	23	18	64	31	34	35	52	16	23	36	47	26	24	14	27	28	13	30	29	43	19	50	22	21
crypto3	27	54	7	13	36	65	46	2	42	34	62	8	48	28	3	58	54	44	42	4	34	41	13	4	2	1
crypto4	65	8	27	34	134	4	7	13	46	2	0	42	34	62	48	28	3	58	54	42	41	13	0	4	2	1

Voici six propositions (il y a deux propositions de trop) :

César, triple représentation du E, substitution simple, Vigenère, transposition, Atbash.

Ecrivez ci-dessous les systèmes de chiffrement correspondant aux cryptogrammes.

Crypto 1 : _____

Crypto 2 : _____

Crypto 3 : _____

Crypto 4 : _____

Justifiez vos choix en quelques mots.

Problème 6

Vous voulez utiliser le chiffre de Hill, avec la matrice de chiffrement $A = \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 3 & 5 \end{pmatrix}$.

Vous utilisez en outre la convention « A » = 0, « B » = 1, ..., « Z » = 25.

- Chiffrez le mot « MATURITE ».
- Quelle est la matrice de déchiffrement ?